

Уважаемые студенты 1 курса!

В рамках подготовки к экзамену по учебной дисциплине ОУД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия вам предлагается демонстрационный вариант, который позволит вам проверить уровень усвоения учебного материала и его практического применения в виде контрольной работы. Структура демонстрационного варианта соответствует экзаменационным материалам для специальностей: 31.02.02 Акушерское дело, 31.02.03 Лабораторная диагностика (база 9 классов) 31.02.04 Медицинская оптика (база 9 классов), 34.02.01 Сестринское дело (база 9 классов).

Демонстрационный вариант (вариант 0)

Инструкция

Задания А1-А5, А7, А9: из предложенных вариантов ответов выберите один правильный и поставьте метку в ту клетку бланка №1, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

Задания А5, А8, А10: запишите краткий ответ справа от номера задания в бланке №1.

Задания В1 – В8: полная запись решения с обоснованием выполненных действий

На выполнение 26 тестовых заданий отводится 180 минут.

Примечание:

Правильное решение каждого из заданий А1-А10 оценивается одним баллом. Правильное решение каждого из заданий В1-В8 оценивается двумя баллами.

Максимальный балл за выполнение всей работы – 26 баллов.

А1. Найдите значение выражения $2^7 \cdot 2^{-3}$.

- | | |
|------|--------|
| 1) 8 | 3) 256 |
| 2) 4 | 4) 16 |

А2. Упростите выражение $\sqrt[3]{343 \cdot 0,125}$.

- | | |
|---------|----------|
| 1) 0,35 | 3) 35 |
| 2) 3,5 | 4) 0,035 |

А3. Вычислите: $\log_5 250 - \log_5 10$.

- | | |
|--------|-------|
| 1) 2 | 3) 5 |
| 2) - 2 | 4) 25 |

А4. Найдите значение выражения $4 \cdot 3^{\log_3 2}$.

- | | |
|------------------|---------------|
| 1) $12 \log_3 2$ | 3) 8 |
| 2) 16 | 4) $\log_3 8$ |

A5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $7^{x+6} = 49$.

1) $(-4; -1)$

3) $3; 5$

2) $-4; 3$

4) $5; 8$

A6. Найдите корень уравнения $\log_8 x + 9 = \log_8 2x - 17$.

A7. Решите уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$.

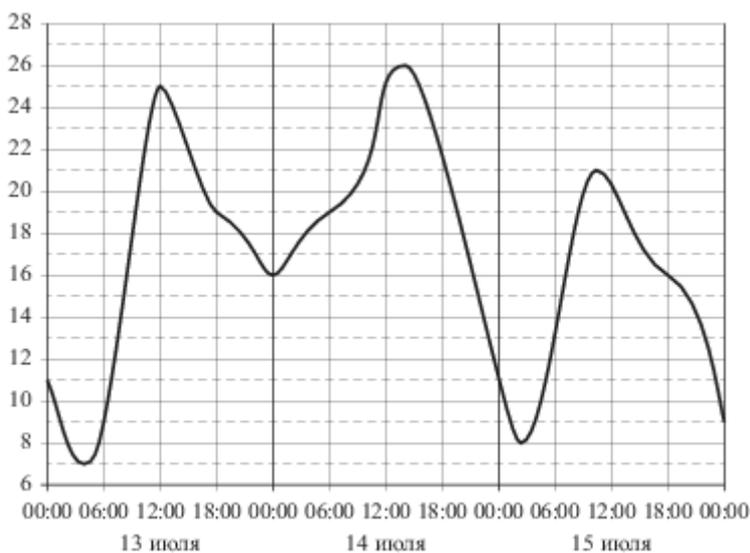
1) $\pm \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

A8. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 14 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



A9. Найдите производную функции $y = x^6 - 4\sin x$.

- | | |
|--------------------------|-----------------------------------|
| 1) $y' = 6x^5 + 4\cos x$ | 3) $y' = \frac{x^7}{7} + 4\cos x$ |
| 2) $y' = 6x^5 - 4\cos x$ | 4) $y' = x^5 - 4\cos x$ |

A10. В сборнике билетов по биологии всего 35 билетов, в 14 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по зоологии.

B1. Решить неравенство $2^{3x-5} \geq 16$.

B2. Найдите значение выражения $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

B3. Решите неравенство $\log_4(x + 1) < \log_4 5$.

B4. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ}$.

B5. Найдите область определения функции $y = \log_3 x^2 + 3x$.

B6. Найти площадь боковой поверхности цилиндра, если радиус его основания равен 4, а высота равна 3.

B7. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 192x + 14$.

B8. Лекарственный препарат «Циплофлоксацин» (Ципролет) 500мг. (10 таб.) стоит 109 руб. Пациент имеет скидку по аптечной карточке 2%. Сколько заплатит пациент за лекарственный препарат? (Округлить до десятых)

Решение демонстрационного варианта.

A1. Вычислите $2^7 \cdot 2^{-3}$.

Решение. Используя формулу $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$, получим $2^7 \cdot 2^{-3} = 2^{7+(-3)} = 2^{7-3} = 2^4 = 16$.

A2. Упростите выражение $\sqrt[3]{343 \cdot 0,125}$.

Решение. Учитывая, что $343 = 7^3$, а $0,125 = 0,5^3$, и используя формулу $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, получим $\sqrt[3]{343 \cdot 0,125} = \sqrt[3]{343} \cdot \sqrt[3]{0,125} = 7 \cdot 0,5 = 3,5$.

A3. Вычислите: $\log_5 250 - \log_5 10$.

Решение. $\log_5 250 - \log_5 10 = \log_5 \frac{250}{10} = \log_5 25 = 2$.

A4. Найдите значение выражения $4 \cdot 3^{\log_3 2}$.

Решение. В соответствии с основным логарифмическим тождеством $b = a^{\log_a b}$ получаем $4 \cdot 3^{\log_3 2} = 4 \cdot 2 = 8$.

A5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $7^{x+6} = 49$.

Решение. Так как $49 = 7^2$, то $7^{x+6} = 7^2$; $x + 6 = 2$; $x = 2 - 6$; $x = -4$.

Из предложенных вариантов выбираем вариант 2) $-4; 3$.

A6. Найдите корень уравнения $\log_8 x + 9 = \log_8 2x - 17$.

Решение. Применяя метод потенцирования, перейдем к равенству, не содержащему логарифмы.

$x + 9 = 2x - 17$; $x - 2x = -17 - 9$; $-x = -26$; $x = 26$. Ответ: 26.

A7. Решите уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$.

Решение. Корни уравнения находим по формуле $x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Из предложенных вариантов выбираем вариант 2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

A9. Найдите производную функции $y = x^6 - 4\sin x$.

Решение. Используем правила дифференцирования и таблицу производных основных элементарных функций. Получаем $y' = 6x^5 - 4\cos x$. Из предложенных вариантов выбираем вариант 2) $y' = 6x^5 - 4\cos x$.

A10. В сборнике билетов по биологии всего 35 билетов, в 14 из них встречается вопрос по зоологии. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по зоологии.

Решение: Число всех возможных элементарных исходов испытания $n = 35$. Число благоприятствующих событию A (школьнику не достанется вопроса по зоологии) исходов $m = 35 - 14 = 21$. Значит $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5} = 0,6$.

B1. Решить неравенство $2^{3x-5} \geq 16$.

Решение. При решении показательных неравенств следует учитывать, что при $a > 1$ из $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ следует $f(x) > g(x)$, а при $0 < a < 1$ из $a^{f(x)} < a^{g(x)}$.

При решении показательных неравенств используют те же приемы, что и при решении показательных уравнений.

Запишем неравенство в виде $2^{3x-5} \geq 2^4$.

Так как $2 > 1$, то $3x - 5 \geq 4$; $3x \geq 5 + 4$; $3x \geq 9$; $x \geq 3$. Ответ: $3; +\infty$.

В2. Найдите значение выражения $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\alpha \in \pi; \frac{3\pi}{2}$.

Решение. Воспользуемся формулой $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$. Так как $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\cos \alpha < 0$, т.е.

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = -\sqrt{\frac{576}{625}} = -\frac{24}{25}.$$

В3. Решите неравенство $\log_4(x + 1) < \log_4 5$.

Решение. Так как основание $4 > 1$, то неравенство $\log_4(x + 1) < \log_4 5$ равносильно системе

$$\begin{aligned} x + 1 &< 5, & x &< 4, \\ x + 1 &> 0, & x &> -1; \end{aligned} \quad -1 < x < 4.$$

Ответ: $(-1; 4)$.

В4. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ}$.

Решение. Используя формулу $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

$$\frac{2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ} = 1.$$

Ответ: 1.

В5. Найдите область определения функции $y = \log_3 x^2 + 3x$.

Решение. Область определения функции находится из условия $x^2 + 3x > 0$.

Решим квадратное неравенство:

$$x^2 + 3x = 0;$$

$$x(x + 3) = 0;$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = -3. \quad \text{Следовательно, неравенство выполняется при } -3 < x < 0.$$

Ответ: $(-3; 0)$.

В6. Найти площадь боковой поверхности цилиндра, если радиус его основания равен 4, а высота равна 3.

Решение. Используем формулу для вычисления площади боковой поверхности цилиндра $S = 2\pi rh$. Следовательно, $S = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$.

Ответ: 24π .

В7. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 192x + 14$.

Решение. Функция определена на множестве всех действительных чисел: $x \in R$.

$$y' = 3x^2 - 192. \quad \text{Находим критические точки:}$$

$$y' = 0; \quad 3x^2 - 192 = 0; \quad 3x^2 = 192; \quad x^2 = 64; \quad x = \pm 8.$$

Критические точки разбивают область определения на интервалы $x < -8$; $-8 < x < 8$; $x > 8$.

Определяем на каждом из интервалов знак производной:



Следовательно, $x = -8$ – точка максимума.

Ответ: -8.

В8. Лекарственный препарат «Циплофлоксацин» (Ципролет) 500мг. (10 таб.) стоит 109 руб. Пациент имеет скидку по аптечной карточке 2%. Сколько заплатит пациент за лекарственный препарат? (Округлить до десятых)

Решение. 109 руб. – 100%, x руб. – 2%.

$$x = \frac{109 \cdot 2}{100}; \quad x = 2,18.$$

$$109 - 2,18 = 106,82 \approx 106,8.$$

Ответ: 106,8 руб. или 106 руб. 80 коп.